UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA LINEAL 520131

Listado 2 (Determinantes y sistemas de ecuaciones lineales)

1. En cada caso calcule $\det(A)$ y $\det(A^{-1})$. ¿Existe A^{-1}?. En caso que exista, encuentrela.

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}1&1&0\\2&4&0\\3&-1&-2\end{pmatrix},\qquad b)\quad A=\begin{pmatrix}2&-1&1\\4&1&-3\\2&-1&3\end{pmatrix},\qquad c)\quad A=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\1&2&0&1\\0&0&1&1\\-2&0&-1&0\end{pmatrix}$$

(En práctica c))

2. Encuentre $\lambda\in\mathbb{R}$ tal que $\det(A-\lambda I)=0$, donde $A=\begin{pmatrix}0&1&2\\-1&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}$.

3. Para las siguientes matrices A y B, pruebe que $\det(A)=\det(B)$ sin calcular los valores de los determinantes.

a) $A=\begin{pmatrix}a&b&c\\d&e&f\\g&h&i\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}-a&-g&-d\\b&h&e\\c&i&f\end{pmatrix}$

b) $A=\begin{pmatrix}3&6&2\\1&1&5\\4&3&8\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}3&6&20\\1&1&8\\4&3&17\end{pmatrix}$

4. Calcule, si es que existen, los valores de $k\in\mathbb{R}$ para los cuales las matrices siguientes tienen inversa

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&k-\sqrt{2}&3\\0&0&k\end{pmatrix},\qquad b)\quad B=\begin{pmatrix}3&4&-k\\2&6&-2k\\1&3&1+k\end{pmatrix},\qquad c)\quad C=\begin{pmatrix}k&1&1\\1&k&1\\1&1&k\end{pmatrix}.$$

(En práctica c))

5. Calcule el rango de las siguientes matrices

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&2\end{pmatrix},\qquad b)\quad B=\begin{pmatrix}2&1&-1\\0&2&0\\-4&4&2\end{pmatrix},\qquad c)\quad C=\begin{pmatrix}1&0&1&-1\\0&2&1&-2\\1&4&3&-5\end{pmatrix}.$$

(En práctica c))

6. Para cada matriz dada determine su inversa si existe, usando operaciones elementales y matriz adjunta.

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}-1&1&0\\1&2&1\\3&1&1\end{pmatrix},\quad b)\quad B=\begin{pmatrix}0&1&1\\2&1&-1\\-2&1&1\end{pmatrix},\quad c)\quad C=\begin{pmatrix}1&0&1&-1\\2&1&3&-2\\-2&-1&0&2\\-1&1&2&-1\end{pmatrix}$$

(En práctica a))

7. Decida si los sistemas que siguen son incompatibles o compatibles. En el último caso, decida si son determinados o indeterminados y encuentre la solución.

$$a)\quad \left.\begin{array}{rcrcr}x&-&y&=&2\\2x&-&2y&=&8\\3x&-&y&=&4\end{array}\right\},\qquad b)\quad \left.\begin{array}{rcrcr}x&-&y&=&2\\x&+&3y&=&8\\2x&+&2y&=&10\end{array}\right\},\qquad c)\quad \left.\begin{array}{rcrcrcr}x&-&2y&-&z&=&2\\x&-&2y&+&2z&=&1\\2x&-&3y&+&z&=&2\end{array}\right\}$$

(En práctica c))

8. Muestre que el siguiente sistema es compatible determinado y encuentre su solución por los método de Cramer y usando operaciones elementales (escalonando):

$$\left.\begin{array}{ccccccccc} 2x_1 & - & 4x_2 & & & & & = & -10 \\ x_1 & - & 3x2 & & & + & x_4 & = & -4 \\ x_1 & & & - & x_3 & + & 2x_4 & = & 9 \\ 3x_1 & - & 4x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -15 \end{array}\right\}.$$

¿Qué método le tomó más tiempo?

9. Determine el o los valores de p y q tales que el sistema: $i)$ No tenga solución. $ii)$ Tenga una única solución. $iii)$ Tenga infinitas soluciones.

$$a)\ \left.\begin{array}{ccccccc} x & - & y & + & 2z & = & 2 \\ 3x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & & & + & pz & = & q \end{array}\right\}, \qquad b)\ \left.\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & + & z & = & q \\ 2x & - & y & + & z & = & p \\ 3x & + & y & + & 2z & = & 1 \end{array}\right\}.$$

(En práctica a))

10. Determine los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que el sistema siguiente posea solución no trivial:

$$\left.\begin{array}{ccccccc} & & \alpha x & + & z & = & 0 \\ 2x & + & y & - & z & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \end{array}\right\}$$

11. Determine los valores que debe tomar el parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ para que el sistema siguiente sea compatible determinado:

$$\left.\begin{array}{ccccccc} (1-\lambda)x & + & y & + & z & = & a \\ x & + & (1-\lambda)y & + & z & = & b \\ x & + & y & + & (1-\lambda)z & = & c \end{array}\right\}$$

En el caso en que el sistema no sea determinado, determine las condiciones que debe satisfacer $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ para que el sistema sea compatible indeterminado. **(En práctica)**