

ALGEBRA LINEAL 520131  
Listado 4 (Rectas y planos en el espacio.)

1. Usando métodos vectoriales demuestre que la distancia  $d$  entre el punto  $P(x_0, y_0)$  y la recta  $ax+by+c = 0$  es

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

2. Hallar la ecuación de la recta que pasan por el punto  $P$  en la dirección de  $\vec{r}$ .

a)  $P(2, -1, 4)$ ,  $\vec{r} = (3, -1, 6)$ . **(En práctica)**

b)  $P(-2, 4, 3)$ ,  $\vec{r} = (2, 0, -3)$ .

3. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(-6, 5, 3)$  y es paralela a la recta

$$L : \frac{x-4}{-2} = \frac{3-y}{3} = \frac{3z+5}{6}.$$

**(En práctica)**

4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos:  $P_0(5, 0, 7)$  y  $P_1(5, -3, 11)$ .

5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(3, -3, 4)$  y es perpendicular a cada una de las rectas:

$$L_1 : \frac{2x-4}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{5} \quad y \quad L_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{2y-7}{3} = \frac{3-z}{-3}.$$

**(En práctica)**

6. Demostrar que las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas y hallar la distancia entre ellas.

$$L_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{8-z}{4} \quad y \quad L_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{2-y}{-4} = \frac{z+3}{-4}.$$

7. Hallar la distancia entre las rectas  $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$  y  $L_2 : \frac{x-2}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ .

**(En práctica)**

8. Hallar la ecuación del plano que contiene los puntos  $(4, -2, 2)$  y  $(1, 1, 5)$  y es perpendicular al plano:  $\Pi : 3x - 2y + 5z - 1 = 0$ . **(En práctica)**

9. Determinar el valor de  $k$  de modo que los planos  $\Pi_1 : kx - 2y + 2z - 7 = 0$  a  $\Pi_2 : 4x + ky - 6z + 9 = 0$ , sean perpendiculares.

10. Hallar la ecuación del plano cuyas intersecciones con los ejes coordenados  $x$ ,  $y$ ,  $z$  son  $-5$ ,  $3$  y  $1$  respectivamente. **(En práctica)**

11. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $(3, -2, 6)$  y es paralelo al plano  $\Pi : 4y - 3z + 12 = 0$ .

12. Hallar el ángulo que forman los planos  $\Pi_1 : 3x + y - z + 3 = 0$  y  $\Pi_2 : x - y + 4z - 9 = 0$ .

13. Hallar el ángulo formado por la recta  $L_1 : \frac{x+2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$  y el plano  $\Pi : 2x + 3y - z + 11 = 0$ .

**(En práctica)**

14. Hallar el ángulo formado por la recta de intersección de los planos  $\Pi_1 : x - 2y + z + 4 = 0$  y  $\Pi_2 : x + 2y + 3z - 4 = 0$  y el plano  $\Pi_3 : 3x - 7y + 8z - 9 = 0$ . **(En práctica)**

15. Hallar la distancia del punto  $P_0(7, 7, 4)$  a la recta de intersección de los planos  $\Pi_1 : 6x + 2y + z - 4 = 0$  y  $\Pi_2 : 6x - y - 2z - 10 = 0$ .
16. Hallar la ecuación del plano que contiene el punto  $P_0(3, -1, 7)$  y es perpendicular a la recta  $L : \frac{x+2}{-3} = \frac{3-y}{-1} = \frac{z}{2}$ . **(En práctica)**
17. Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta  $L_1 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-3} = -\frac{z}{4}$  y es paralelo a la recta  $L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+7}{5}$ .
18. Demostrar que la recta  $L_1 : \frac{x-2}{6} = \frac{3y+1}{-6} = \frac{1-z}{3}$  y el plano  $\Pi : 2x - 3y + 6z + 3 = 0$  son paralelos y determinar la distancia entre  $L_1$  y  $\Pi$ .